

Correction d'Examen –Logique Mathématiques-2025-

Exercice 01: (12 points) :

1. En suivant l'interprétation intuitive donnée ci-dessus, traduisez en formules logiques les assertions suivantes: **02 pts**

a) $i(S) \wedge i(O)$

b) $\forall x \exists y (a(x, y) \Rightarrow i(x)) \wedge (\forall y \exists x b(x, y) \Rightarrow e(y))$

c) $\forall x (i(x) \wedge a(x, S) \Rightarrow b(O, x))$

d) $\neg(\exists x (i(x) \wedge b(x, O) \wedge (\exists y a(x, y) \wedge i(y) \wedge b(S, y))))$

2. Exprimez en langue naturelle les formules suivantes (l'opérateur \wedge est prioritaire sur l'opérateur \Rightarrow) : **1.5 pts**

- Il y a un joueur inscrit qui n'a pas joué contre Samir.
- Il y a un joueur inscrit que Omar a battu qui a battu tous les joueurs inscrits ayant battu Samir.
- Tous les joueurs inscrits ayant battu Omar ont battu un joueur inscrit ayant battu Samir.

3. En utilisant la méthode réfutation par résolution, montrez que: "il y a un joueur qui n'a pas été battu" se déduit des faits suivants: Prenexe: **02.5pts**, Skolem: **02.5pts**, Clausale : **01.5pts**, Résolution : **2 pts**

Détailler les différentes étapes de la résolution.

Correction :

Négation de la conclusion :

$$\neg(\exists x (\neg\exists y b(y, x)))$$

Mise sous forme prénexie :

- (a) $\exists x(i(x) \wedge \neg e(x))$
- (b) $\forall x\forall y (i(x) \Rightarrow (b(y, x) \Rightarrow e(x)))$
- (c) $\forall x\forall y(b(x, y) \Rightarrow \neg b(y, x))$
- (d) $\forall x\exists y b(y, x)$

Elimination des quantificateurs :

- (a) $i(x_0) \wedge \neg e(x_0)$
- (b) $i(x) \Rightarrow (b(y, x) \Rightarrow e(x))$
- (c) $b(x, y) \Rightarrow \neg b(y, x)$
- (d) $b(g(x), x)$

avec f et g des nouveau symboles fonctionnels d'arité 1 et x_0 d'arité 0.

Mise sous forme de clauses :

- (a) $i(x_0)$
- (b) $\neg e(x_0)$
- (c) $\neg i(x) \vee \neg b(y, x) \vee e(x)$
- (d) $\neg b(x, y) \vee \neg b(y, x)$
- (e) $b(g(x), x)$

Résolution :

- 1 $a + b : \neg b(y, x_0) \vee e(x_0)$
- 2 $b + 1 : \neg b(y, x_0)$
- 3 $2 + e : \perp$

Exercice 02 : 08 points

1. 1.75 points

R1 : $R \rightarrow S$,

R2 : $T \wedge V \rightarrow M$,

R3 : $Q \rightarrow T$,

R4 : $A \rightarrow V$,

R5 : $S \rightarrow A$,

F1 : R,

F2 : Q.

2. Chainage Avant: 03 points

F1 , R1 ---S
S, R3 ---T
A, R5----A
F2, R4 -----V
T, V, R2-----M
Donc, M vrai.

3. Chainage Arrière : 03 points

M, R2 -----T ?, V ?
T, R3-----Q ? Vrai,

V, R4-----A ?
A, R5-----S ?
S, R1----R ? vrai
Donc, M vrai

4. Très simple : Table de vérité ou Théorème de réfutation. 0.25 points