جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي
كلية العلوم الدقيقة
قسم الرياضيات

الموسم الجامعي
2025 / 2026

التنقيط

الإجابة النموذجية لامتحان المدخل الرياضي

التمرين الأول :

1- أ- العبارة $P \vee 9 \wedge \neg P \vee 9$ يمكن أن نعتبرها صيغة وذلك لأنه توجد قرائنين لها فنستطيع أن نعتبر $P \vee (9 \wedge \neg P) \vee 9$ صيغة مثلا كما يمكننا أن نعتبر أن العبارة $(P \vee 9) \wedge \neg P \vee 9$ صيغة أخرى تختلف عن الأولى وذلك لأن كل جدول حقيقة لكل منهما تختلف عن الآخر

0,5
0,5
0,5

ب- العبارة $(P \vee 9) \rightarrow \neg(9 \vee P)$ صيغة لأن كل من العبارتين $P \vee 9$ و $\neg(9 \vee P)$ وحسب قاعدة بناء الصيغ.

0,5

وهي صيغة حارضة وذلك من خلال جدول الحقيقة التالي:

0,5

P	9	$(P \vee 9)$	$(P \vee 9) \rightarrow \neg(9 \vee P)$
0	1	1	0
0	0	0	1

2- مخطط الشجرة

المستوى الرابع: $(P \vee 9) \rightarrow \neg(9 \vee P)$

المستوى الثالث: $P \vee 9$ و $\neg(9 \vee P)$

المستوى الثاني: $P \vee 9$ و $9 \vee P$

المستوى الأول: $p \wedge 9$ و 9 و p

0,2
0,2
0,2
0,2

3- التفسير:

نستنتج من خلال مخطط الشجرة أن العبارة التي لا تكون صيغة لا يمكن أن نبني لها مخطط شجرة إذ لا يمكن معرفة اتجاه نتر عملياتك بسبيل المثال العبارة $P \vee 9 \wedge \neg P \vee 9$

0,2 = 1

Scanné avec CamScanner

لنحصل على الجدول التالي:

P	q	r	¬(p → q)	p ∧ r	A
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

0,5 نقطة لصحة الجدول

نجد أن الشكل النموذجي المتحصل يكون بالشكل التالي:

$A=(P\wedge\neg(P\to q)\wedge r)\vee(P\wedge\neg(P\to q)\wedge\neg r)\vee(P\wedge q\wedge r)$

0,5 نقطة للترجمة

-5- كتابة A باستعمال → و ¬ فقط: باستعمال قاعدتي النفي المتتاليتين ودي مورغان

$A\equiv\neg\neg(P\wedge r)\vee\neg(P\to q)\equiv\neg(\neg P\vee\neg r)\vee\neg(P\to q)$

ثم توظيف الاستلزام نجد:

$\equiv\neg(\neg P\vee\neg r\vee r)\vee\neg(P\to q)$

$A\equiv(\neg P\to\neg r)\to\neg(P\to q)$

0,5 نقطة إذا غاب الرابط → + 0,5 النتيجة

التمرين الثالث: الحيرة تراودني

0,5 نقطة

نبرهن صحة الحجة باستعمال مبدأ المثال المضاد أو نحول صورة الحجة إلى الصيغة التالية ثم نبرهن أنها ليست بينة.

$A=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge M)\to K \;/\; \alpha_1=\neg M\wedge\neg L,\ \alpha_2=\neg K\to\neg L$

نختصر خطوات الحساب بالمتكافئات التالية:

بما أن: $\neg M\wedge\neg L\to\neg K\equiv\neg(M\vee L)\to\neg K\equiv K\to(M\vee L)$

و $K\to L\equiv\neg L\to\neg K$ وهذا حسب قاعدة وجود مورغان

، العكس النقيض فإنه يمكن أن نضع المقدمتين بالشكل التالي

$\alpha_1=K\to(M\vee L)$ و $\alpha_2=L\to K$

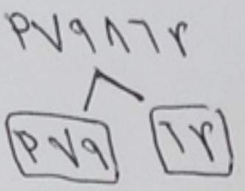
و جدول الصيغة A بدون حتى أن نحسب كل قيم الحجة

K	L	M	M ∨ L	α_1	α_2	$\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge M$	A
0	0	0	0			0	1
0	0	1	0				
0	1	0	0				
0	1	1	1				
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0				
1	1	0	0				
1	1	1	1				

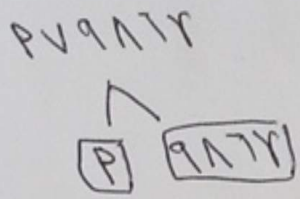
وبالتالي واضح أن الصيغة A ليست بينة وبالتالي فإن الحجة خاطئة

Scanné avec CamScanner

0,5 × 2 هل تفرعها يكون بالشكل



أو يكون بالشكل



التمرين الثاني :

0,5 1- العبارة A هي عبارة صادقة وذلك حسب جدول الحقيقة التالي:

P	Q	R	¬(P→¬Q)	P∧R	A
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0

0,5

2- كتابة الشكل العادي المنفصل لـ A :

$A \equiv (P \wedge R) \vee \neg(P \vee Q)$ (حسب تعريف الاستلزام)

$\equiv (P \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg\neg Q)$ (حسب قاعدة دي مورغان)

$A \equiv (P \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q)$ (حسب " النفي المضاعف)

لا تحسب الخلوات بجوى ← 0,5

العبارة صادقة 0,5

3- بما أن العبارة A عبارة صادقة يمكن أن نكتب A على الشكل الفوذجي المتصل كما يمكن أن نكتبها على الشكل الفوذجي المنفصل وذلك من خلال جدول الحقيقة.

4- يمكن أن نكتب الشكل الفوذجي المتصل من خلال جدول الحقيقة كاملا:
وهذه الحالة يمكننا أن نختار أي الشكلين الفوذجي المنفصل أو الفوذجي المتصل.

التمرين 4:

① تعريف: المجموعة القابلة للعد هي المجموعة التي يمكن وضع كل عناصرها على شكل متتالية أو مقابلتها بمجموعة الأعداد الطبيعية أي يكون بينها وبين مجموعة الأعداد الطبيعية تقابلي.

(1 نقطة)

② أمثلة: المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ مجموعة قابلة للعد حيث $\mathbb{Z}$: مجموعة الأعداد الصحيحة

(0,5 نقطة لكل مثال)

ⓐ مجموعة الأعداد الناطقة $\mathbb{Q}$ والتي نكتب:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \;/\; a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in\mathbb{Z}^* \right\}$$

ⓑ المجموعة المعرفة بالشكل التالي:

$$R_n = \left\{ \sqrt{n} \;/\; n\in\mathbb{N} \right\}$$

③ نعلم أن $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+$ حيث

(0,5 نقطة)

$\mathbb{Z}^- = \{-n \;/\; n\in\mathbb{N}\}$ و $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$

(0,5 نقطة)

المجموعة $\mathbb{Z}^-$ هي مجموعة قابلة للعد وذلك من خلال التقابل $n \longmapsto -n$ من $\mathbb{N}$ نحو $\mathbb{Z}^-$

(0,5 نقطة + 0,5 نقطة)

وبما أن كل اتحاد منتهي لمجموعات قابلة للعد هي أيضا مجموعة قابلة للعد فإن المجموعة $\mathbb{Z}$ هي مجموعة قابلة للعد.

(0,5 نقطة)

Scanné avec CamScanner