

Corrigé Théorie de Graphe

Questions (3 points)

Un sous graphe	Le graphe initial privé de quelques arêtes
Un graphe partiel	Le graphe initial privé de quelques nœuds et des arêtes qui lui sont adjacentes
Un sous graphe partiel	C'est un graphe privé de quelques nœuds et des arêtes qui lui sont adjacentes que l'on prive en suite de quelques arêtes.

Exercice 1 (5 points)

- Une chaîne eulérienne DHFGHCGECBADEB
- Un cycle eulérien? pas de cycle puisqu'il comporte 2 sommets de degré impair
- Une chaîne hamiltonienne? ADHFGECB
- Un cycle hamiltonienne? ADHFGECBA

Exercice 2 (14 points)

Première partie : Etude d'un graphe

- 1) Le graphe est connexe car entre tout couple de sommets, il existe au moins une chaîne.
- 2) Puisque seuls les deux sommets Y et Z sont de degré impair, le théorème d'Euler affirme l'existence d'une chaîne eulérienne
- 3- On procède à une coloration du graphe selon l'algorithme de Welch et Powell (ou « Algorithme Glouton ») :

Sommet (ordre décroissant des degrés)	Degré	Couleur
A	4	Couleur n°1
B	4	Couleur n°2
C	4	Couleur n°2
D	4	Couleur n°3
E	4	Couleur n°1
G	4	Couleur n°1
Y	3	Couleur n°3
F	2	Couleur n°3
H	2	Couleur n°3
Z	1	Couleur n°3

Ce qui montre que le nombre chromatique est égal à 3

Deuxième partie : Visite d'un musée

- 1- Si on représente le musée à l'aide d'un graphe dont les sommets sont les pièces et les arêtes sont les portes permettant de communiquer entre les pièces, on retombe sur le graphe de la partie 1, à condition de désigner par Y l'accueil et par Z la boutique
- 2 - D'après la partie 1, une telle chaîne existe.
un exemple de tel circuit est la chaîne Y(accueil)-G-C-Y-A-C-D-G-H-E-D-B-E-F-B-A-Z(boutique), qui parcourt une et une seule fois toutes les arêtes du graphe.
- 3- En reprenant la coloration établie dans la partie 1, si on choisit de colorier :
 - d'une première couleur les salles A, E et G
 - d'une deuxième couleur les salles B et C
 - d'une troisième couleur les salles D, F, H, l'accueil et la boutique, deux salles communiquant par une porte seront toujours coloriées à l'aide de deux couleurs distinctes.