

الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية في مقياس الفيزياء الذرية والجزيئية

التمرين الأول: 06 نقاط

1. حساب طول الموجة الموافقة للخط الاولي والخط الحدي (اللانهائي) لسلاسل: ليمان، بالمر، باشن و براكتر.
حسب علاقة ريديرغ لدينا:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (0.5)$$

(0.75)

• سلسلة ليمان: $n_1 = 1$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R_H \\ \lambda_1 = 1212 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط الأولي: } n_2 = 2$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = R_H \\ \lambda_\infty = 909 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط اللانهائي: } n_2 = \infty$$

(0.75)

• سلسلة بالمر: $n_1 = 2$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R_H \\ \lambda_1 = 6545 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط الأولي: } n_2 = 3$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R_H}{4} \\ \lambda_\infty = 3636 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط اللانهائي: } n_2 = \infty$$

(0.75)

• سلسلة باشن: $n_1 = 3$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = \frac{7}{144} R_H \\ \lambda_1 = 18701 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط الأولي: } n_2 = 4$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R_H}{9} \\ \lambda_\infty = 8181 \text{Å} \end{cases} \quad \text{الخط اللانهائي: } n_2 = \infty$$

• سلسلة براك: $n_1 = 4$ (0.75)

الخط الأولي: $n_2 = 5$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{9}{400} R_H \\ \lambda_1 = 40404 \text{Å} \end{cases}$$

الخط اللانهائي: $n_2 = \infty$

$$\begin{cases} \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = \frac{R_H}{16} \\ \lambda_\infty = 14545 \text{Å} \end{cases}$$

2. اعطاء قيمة نصف قطر بور a_0 بالأنغستروم و طاقة المستوي الأول لذرة الهيدروجين E_0 بالالكترون فولت

حساب نصف القطر r_n والطاقة E_n من أجل السلاسل السابقة. (0.5)

$$a_0 = 0.53 \text{Å} \quad , \quad E_0 = 13.6 \text{ev}$$

$$r_n = n^2 a_0 \quad , \quad E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

$$\begin{cases} r_1 = a_0 = 0.53 \text{Å} \quad , \quad E_1 = -E_0 = -13.6 \text{ev} & (0.5) \\ r_2 = 4a_0 = 2.12 \text{Å} \quad , \quad E_2 = -\frac{E_0}{4} = -3.4 \text{ev} & (0.5) \\ r_3 = 9a_0 = 4.77 \text{Å} \quad , \quad E_3 = -\frac{E_0}{9} = -1.511 \text{ev} & (0.5) \\ r_4 = 16a_0 = 8.48 \text{Å} \quad , \quad E_4 = -\frac{E_0}{16} = -0.85 \text{ev} & (0.5) \end{cases}$$

التمرين الثاني: 8 نقاط

تعطي محصلة جمع المتجه لكمية الحركة الزاوية المدارية مع كمية الحركة الزاوية الذاتية كمية الحركة الزاوية الكلية لإلكترون الذرة والتي تأخذ العلاقة التالية:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (1)$$

ومن العلاقة (1) نجد أن عزم ثنائي القطب المغناطيسي المداري و السبيني يشكلان عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m}(\vec{L} + 2\vec{S}) \quad (2)$$

1. انطلاقا من المعادلة (2) البرهان أن طولية عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي تعطى بالعلاقة التالية:

$$\mu_J = \pm \frac{e}{2m} \sqrt{2J^2 + 2S^2 - L^2}$$

$$\begin{aligned} |\mu_J|^2 &= \left[-\frac{e}{2m}(\vec{L} + 2\vec{S}) \right]^2 \\ &= \frac{e^2}{4m^2} (L^2 + 4S^2 + 4\vec{L} \cdot \vec{S}) \quad (01) \end{aligned} \quad (3)$$

من جهة أخرى لدينا من المعادلة (1) :

$$|J|^2 = (\vec{L} + \vec{S})^2$$

$$= L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} \Rightarrow 2\vec{L} \cdot \vec{S} = J^2 - L^2 - S^2 \quad (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد:

$$|\mu_J|^2 = \frac{e^2}{4m^2} (L^2 + 4S^2 + 2J^2 - 2L^2 - 2S^2)$$

$$= \frac{e^2}{4m^2} (2J^2 + 2S^2 - L^2) \quad (5)$$

ومنه

$$\mu_J = \pm \frac{e}{2m} \sqrt{2J^2 - 2S^2 - L^2} \quad (0.5)$$

2. كتابة معادلة القيم الذاتية للعزم الحركي المداري $\vec{L}$ وكذلك مسقطه L_z ، ثم استنتاج معادلات القيم الذاتية للعزم السبيني $\vec{S}$ والعزم الكلي الزاوي $\vec{J}$ ومسقطهما على محور التكميم، وكذلك لعزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي $\vec{\mu}_J$.

• كتابة معادلة القيم الذاتية للعزم الحركي المداري $\vec{L}$ وكذلك مسقطه L_z .

$$\begin{cases} L = \hbar \sqrt{l(l+1)} \\ L_z = m_l \hbar \end{cases} \quad (0.5)$$

• استنتاج معادلات القيم الذاتية للعزم السبيني $\vec{S}$ والعزم الكلي الزاوي $\vec{J}$ ومسقطهما على محور التكميم.

$$\begin{cases} S = \hbar \sqrt{s(s+1)} \\ S_z = m_s \hbar \\ J = \hbar \sqrt{j(j+1)} \\ J_z = m_j \hbar \end{cases} \quad (01)$$

• عزم ثنائي القطب المغناطيسي الكلي $\vec{\mu}_J$.

$$\left\{ \mu_J = \pm \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{2j(j+1) - 2s(s+1) - l(l+1)} \right. \quad (0.5)$$

3. القيم الممكنة لكل من L ، S ، J و μ_J في الحالة المدارية p

$$p \Rightarrow \begin{cases} l = 1 \Rightarrow L = \hbar \sqrt{l(l+1)} = \sqrt{2}\hbar \quad (0.5) \\ s = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar \quad (0.5) \\ |l-s| \leq j \leq |l+s| \Rightarrow j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \Rightarrow J = \hbar \sqrt{j(j+1)} = \begin{cases} J_{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}\hbar \\ J_{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{15}{2}}\hbar \end{cases} \quad (01) \\ \mu_J = \pm \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{2j(j+1) - 2s(s+1) - l(l+1)} = \begin{cases} \mu_{\frac{3}{2}} = \pm \frac{e\hbar}{2m} \\ \mu_{\frac{1}{2}} = \pm \frac{7e\hbar}{2m} \end{cases} \quad (01) \end{cases}$$

التمرين الثالث: 06 نقاط
 باستخدام الرمز $^{2s+1}L_j$.

1. اعطاء الرمز الطيفي للحالة الأساسية لذرة الهيدروجين.
 -الهيدروجين 1H

$$\begin{cases} l = 0 \Rightarrow L = S \\ s = \frac{1}{2} \Rightarrow 2s + 1 = 2 \\ |l - s| \leq j \leq |l + s| \Rightarrow j = \frac{1}{2} \end{cases} \quad {}^2S_{\frac{1}{2}} \textcircled{01}$$

2. اعطاء الرموز الطيفية الممكنة للحالات المثارة لذرة الهيدروجين التالية:
 • انتقال من الطبقة s الى الطبقة p .

$$\begin{cases} l = 1 \Rightarrow L = P \\ s = \frac{1}{2} \Rightarrow 2s + 1 = 2 \\ |l - s| \leq j \leq |l + s| \Rightarrow j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \end{cases} \quad {}^2P_{\frac{1}{2}}, {}^2P_{\frac{3}{2}} \textcircled{01}$$

• انتقال من الطبقة s الى الطبقة d .

$$\begin{cases} l = 2 \Rightarrow L = D \\ s = \frac{1}{2} \Rightarrow 2s + 1 = 2 \\ |l - s| \leq j \leq |l + s| \Rightarrow j = \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \end{cases} \quad {}^2D_{\frac{3}{2}}, {}^2D_{\frac{5}{2}} \textcircled{01}$$

• انتقال من الطبقة s الى الطبقة f .

$$\begin{cases} l = 3 \Rightarrow L = F \\ s = \frac{1}{2} \Rightarrow 2s + 1 = 2 \\ |l - s| \leq j \leq |l + s| \Rightarrow j = \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \end{cases} \quad {}^2F_{\frac{5}{2}}, {}^2F_{\frac{7}{2}} \textcircled{01}$$

3. اعطاء التوزيع الالكتروني للذرات التالية:
 - الليثيوم 3Li - الصوديوم ^{11}Na - البوتاسيوم ^{19}K

$$\begin{cases} {}^3Li & 1s^2 2s^1 \textcircled{0.25} \\ {}^{11}Na & 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 \textcircled{0.5} \\ {}^{19}K & 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 \textcircled{0.5} \end{cases}$$

استنتاج الرمز الطيفي للحالة الأساسية لهذه الذرات. نستنتج أن الذرات الليثيوم 3Li ، الصوديوم ^{11}Na و البوتاسيوم ^{19}K كلها شبيهة بالهيدروجين أي:

$$\textcircled{0.25} \quad {}^3Li \Rightarrow 2^2S_{\frac{1}{2}} \text{ - الليثيوم}$$

0.25 $^{11}\text{Na} \Rightarrow 3^2S_{\frac{1}{2}}$ - الصوديوم

0.25 $^{19}\text{K} \Rightarrow 4^2S_{\frac{1}{2}}$ - البوتاسيوم