



— Contrôle : Probabilité et statistique exploratoire —

Durée : 1h :30

1 Question de cours (08 pts)

1.1 A)

— Comparer entre les lois des probabilité discrètes vue en cours (04 pts).

1.2 B)

Supposant que X est une variable aléatoire discrète, prouver que :

- $$Var(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - [E(X)]^2$$
- Si X suit la loi de Benoulli de paramètre p : $X \sim B(p)$.

$$E(X) = p$$

$$Var(X) = pq$$

B :(02+02) pts

2 Exercice (6 pts)

Dans la classe de BAC, 25% des élèves n'ont pas réussi l'épreuve de mathématiques, 15% celle de chimie, et 10% des élèves n'ont pas réussi en chimie ni en maths. Un élève est choisi au hasard.

- S'il n'a pas réussi chimie, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas réussi en maths?(02 pts).
- S'il n'a pas réussi les maths, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas aussi réussi en chimie?(02 pts).
- Quelle est la probabilité qu'il ait au moins un échec dans les deux branches?(02 pts).

3 Exercice (06 pts)

On considère le jeu suivant : le joueur lance d'abord un dé S'il obtient 1, 2 ou 3, il gagne l'équivalent en Dinar (c'est-à-dire 1 Dinar s'il obtient 1. Sinon, il perd 2 Dinar On note X la variable aléatoire correspondant au gain du joueur (négatif en cas de perte).

- Donner la distribution de variable aléatoire X et sa fonction de répartition F_X (02 pts).
- Calculez l'espérance de X (02 pts).
- Calculez la variance de X (02 pts).

***** Bon Courage *****

4 Solution

4.1 A)

Vue en cours

4.2 B)

1.

$$\text{Var}(x) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - [E(X)]^2 = E(X^2) - 2E(X)E(X) + E(X)^2 = E(X^2) - E(X)^2$$

2.

$$E(X) = \sum_x xP(X) = 1P(X=1) + 0P(X=0) = 1p + 0q = p$$

3.

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = 0^2q + 1^2p - p^2 = p - p^2 = p(1 - p) = pq$$

5 Exercice

1. Soit $M = \llcorner \text{L'élève a un échec en maths.} \llcorner$; et $C = \llcorner \text{L'élève a un échec en chimie.} \llcorner$. Donc $P(M) = 0.25$; $P(C) = 0.15$; $P(M \cap C) = 0.10$. :

$$P(M | C) = \frac{P(M \cap C)}{P(C)} = \frac{0.10}{0.15} = \frac{2}{3}$$

2. S'il n'a pas réussi les maths, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas aussi réussi en chimie ?

$$P(C | M) = \frac{P(M \cap C)}{P(M)} = \frac{0.10}{0.25} = \frac{2}{5}$$

3. Quelle est la probabilité qu'il ait au moins un échec dans les deux branches ?

$$P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(MC) = 0.25 + 0.15 - 0.10 = 0.3.$$

6 Exercice

X	-2	1	2	3
$P_x(x)$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

TABLE 1 – Distribution de probabilité)

Donc :

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{Si } x < -2 \\ \frac{1}{2}, & \text{Si } -2 \leq x < 1 \\ \frac{4}{6}, & \text{Si } 1 \leq x < 2 \\ \frac{5}{6}, & \text{Si } 2 \leq x < 3 \\ 1, & \text{Si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$E(X) = 0$$

$$V(X) = \frac{13}{3}$$