

لكل شيء في العلوم اصل ، اذا حفظت الاصل فهو سهل و فصره فصل و فيه فضل ، فقدم الاصل تفر بالظفر

أجب بوضوح و باختصار فالتحرير الجيد يؤخذ بعين الاعتبار

التمرين الأول: 7

اختر الاجابة الصحيحة

1- اذا كان المقدّر $\hat{\theta}$ غير متحيز و كالتباينه يؤول الى 0 عندما

يكون حجم العينة كبيرا بالمقدّر الكافي ، يمكن القول ان:

المعلمة θ تتقارب نحو $\hat{\theta}$ بالقانون

المقدّر $\hat{\theta}$ يتقارب نحو θ بالاحتمال

لا اجابة صحيحة

2- مخبر يحوي 100 فأر ، منهم : 87 ذكر و 57 أنثى

أبيض و 55 ذكر أبيض

سحبنا فأرا عشوائيا ، احتمال ان يكون ذكرا

او أبيض

0.89

0.0343

لا اجابة صحيحة

3- ليكن X يكون متغيرا عشوائيا حقيقيا توقعه 2

وتباينه 2 توقع المتغير العشوائي $Y = 2X^2 + 1$

9

13

5

4- ليكن $X \sim N(0; 1)$

قيمة العدد الحقيقي a حيث الاحتمال

$P(X > a) = 0.8$

2.55

1.52

2.55

5- كلمات المرور المحتملة المكونة من 6 أرقام

هي:

التبديل مع التكرار

التوفيقات مع التكرار

الترتيب مع التكرار

4- 6- ليكن X و Y متغيرين عشوائيين حيث $Y = aX$ مع a

ثابت حقيقي

$V(Y) = V(X)$

$V(Y) = aV(X)$

$V(Y) = a^2V(X)$

7- ليست من أساليب المعاينة العشوائية

المعاينة المنتظمة

المعاينة الطبقية

المعاينة الحصصية

التمرين الثاني: 6

التوزيع المشترك للتثنائية العشوائية (Y, X) يعطى بـ:

$f_{xy}(x, y) = a(2x + y)$ pour:

$x \leq 1; 0 \leq y \leq 2$

1- حدد a حتى تتمكن من تحديد قانون الاحتمال

بشكل واضح.

2- عين القانون الهامشي لـ X و احسب توقعه.

3- احسب: $P(X + Y < 1)$

$$a) f(x, y) \geq 0 \Rightarrow a \geq 0$$

$$b) \int_0^1 \int_0^2 f(x, y) dx dy = 1 \Leftrightarrow$$

$$a \left(\int_0^1 \int_0^2 2x dx dy + \int_0^1 \int_0^2 y dx dy \right) = 1$$

$$a \left(\int_0^1 2x [y]_0^2 dx + \int_0^1 y [x]_0^1 dy \right) = 1$$

$$4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

- 3- ادعى المدير ان سياسته التسويقية ادت الى تجاوز متوسط المبيعات سقف 150 - المتوسط الحقيقي - هل تؤيد هذا الادعاء عند مستوى خطر 5 %

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{30 + \dots + 240}{5} = 120$$

$$\hat{s}^2 = s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} ((30-120)^2 + \dots + (240-120)^2) = 7250$$

$$\mu \in \left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\alpha = 1 - 0.95 = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.05$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} = 2.376$$

$$\mu \in \left[120 - 2.376 \frac{\sqrt{7250}}{\sqrt{5}}, 120 + 2.376 \frac{\sqrt{7250}}{\sqrt{5}} \right]$$

$$\mu \in [14.28; 225.71]$$

$$\begin{cases} H_0: \mu = 150 \\ H_1: \mu > 150 \end{cases}$$

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{120 - 150}{34.06} = -0.88$$

$$Z_{\text{المبرورة}} = 2.13$$

$$T < Z$$

$$\mu \in]- \infty, 2.13]$$

قبول H_0 ورفض H_1

الادعاء غير صحيح

$$f_x(u) = \int_0^1 f(u, y) dy = \int_0^1 \frac{1}{4} (2u + y) dy = \frac{1}{4} \left[2u[y]_0^1 + \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^1 \right] = \frac{1}{4} \left(2u + \frac{1}{2} \right)$$

$$f_x(u) = \begin{cases} u + \frac{1}{2} & u \in [0, 1] \\ 0 & u \notin [0, 1] \end{cases}$$

$$E(x) = \int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 x \left(x + \frac{1}{2} \right) dx = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$P(X+Y < 1) = P(Y < 1-X)$$

$$= \int_0^1 \int_0^{1-x} f(u, y) du dy =$$

$$\frac{1}{4} \int_0^1 2u [y]_0^{1-u} du + \frac{1}{4} \int_0^1 \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^{1-u} du$$

$$= \frac{1}{4} \left(x^2 - \frac{2x^3}{3} \right) \Big|_0^1 - \frac{1}{8} \left[\frac{(1-x)^3}{3} \right] \Big|_0^1 = \frac{1}{8}$$

التمرين الثالث: 8ن

يرغب مدير مبيعات في أحد الشركات بدراسة مبيعات منتج للشركة، سحب عينة عشوائية تتعلق بالمبيعات الشهرية فأظهرت السجلات النتائج التالية (وحدة)

30-50-120-160-240

1- أوجد تقديرا نقطيا غير متحيز لمتوسط و تباين

مبيعات المنتج.

2- قدر مجاليا المتوسط الحقيقي لمبيعات المنتج عند

مستوى ثقة 95 %.