جامعة الــــوادي
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
السنة الثانية : اقتصاد + مالية ومحاسبة
جانفي 2024 المدة: ساعة ونصف

20

الاسم واللقب :	الشعبة :	الفوج :

إمتحان السداسي الثالث في مادة" الإحصاء 3"

تمرين 01: (07 نقاط)

Z متغير طبيعي قياسي ، $Z \to N(0,1)$ أوجد :	
$P(Z > 1.75) =$	$1 - P(X<1,75) = 1 - \Phi(1,75) = 1 - 0,9599 = 0,0401$ 0,5
$P(Z \leq 0.25) =$	$\Phi(0,25) = 0,5987$ 0,5
$P(Z > -1.96) =$	$\Phi(1,96) = 0,9750$ 0,5
$P(-1.04 < Z < 2.48) =$	$\Phi(2,48) - 1 + \Phi(1,04) = 0,9934 + 0,8508 - 1 = 0,8442$ 0,5
أوجد a علما أن :	
$P(Z \leq a) = 0.8508$	$a = 1,04$ 0,5
$P(Z > a) = 0.7673$	a سالبة $a = -0,73$ 0,5
$P(-a < Z < a) = 0.99$	$2\Phi(a) - 1 = 0,99 \Rightarrow \Phi(a) = \frac{1,99}{2} = 0,995$ $(2,57 + 2,58)/2 \Rightarrow$ $a = 2,575$ 0,5
$X \to N(100, 15^2)$ أوجد :	
$P(X \leq 80) =$	$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{80-100}{15}\right) = P\left(Z < -\frac{20}{15}\right) = 1 - \Phi(1,33)$ $= 1 - 0,9082 = 0,0918$ 0,5
$P(70 < X < 130) =$	$P\left(\frac{70-100}{15} < Z < \frac{130-100}{15}\right) = P(-2 < Z < 2) = 2\Phi(2) - 1$ $= 2 \cdot 0,9772 - 1 = 0,9544$ 0,5
$P(X \geq 125) =$	$P\left(Z \geq \frac{125-100}{15}\right) = P\left(Z \geq \frac{25}{15}\right) = 1 - \Phi(1,67) =$ $\begin{cases} = 0,0475 \\ = 0,0485 \end{cases}$ 0,5

أوجد :

$\chi^2_{20}(0.975) =$	9,591 0,5	$\chi^2_{8}(0.05) =$	15,507 0,5
$T^{0.95}_{18} =$	1,734 0,5	$F_{2,4} =$	6,94 0,5

تمرين 02: (07 نقاط) (الإجابة خلف الورقة)

X متغير عشوائي يتبع التوزيع المنتظم بالمعلمتين: α, β أي $X \to U(\alpha, \beta)$.

1- اكتب دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية

2- اثبت ان : $E(X) = \frac{\alpha+\beta}{2}$ و ان : $V(X) = \frac{(\beta-\alpha)^2}{12}$.

3- عندما تكون $\alpha = -2, \beta = 6$: احسب $P(2 < X < 3)$.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\beta-\alpha} & \alpha\leq x\leq\beta\\ 0 & \text{sinon}\end{cases}\quad (1)\quad \to F(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x<\alpha\\ \dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{si } \alpha\leq x\leq\beta\\ 1 & \beta\leq x\end{cases}\quad (1)$$

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx=\frac{1}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta} x\,dx=\frac{1}{\beta-\alpha}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{\alpha}^{\beta}=\frac{\beta^2-\alpha^2}{2(\beta-\alpha)}=\boxed{\frac{\beta+\alpha}{2}}\quad (1)$$

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx=\frac{1}{\beta-\alpha}\int_{\alpha}^{\beta} x^2\,dx=\frac{1}{\beta-\alpha}\left[\frac{x^3}{3}\right]=\frac{\beta^3-\alpha^3}{3(\beta-\alpha)}=\boxed{\frac{(\beta^2+\alpha\beta+\alpha^2)}{3}}\quad (1)$$

$$V(X)=E(X^2)-\left[E(X)\right]^2=\frac{(\beta^2+\alpha\beta+\alpha^2)}{3}-\left[\frac{(\beta+\alpha)}{2}\right]^2=\boxed{\frac{(b-\alpha)^2}{12}}\quad (1)$$

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-2\\ \dfrac{x+2}{8} & -2\leq x\leq 6\\ 1 & x>6\end{cases}\quad (1)$$

$$P(2<X<3)=F(3)-F(2)=P(X\leq 3)-P(X\leq 2)=\frac{3+2}{8}-\frac{2+2}{8}=\boxed{\frac{1}{8}}\quad (1)$$

تمرين 03:(06نقاط) لدينا التوزيع الثنائي التالي للمتغيرين المنفصلين x و y .

1) اوجد التوزيع الهامشي لـ: X و Y ؟ 2) احسب Cov(x,y) . 3) ماذا تستنتج ؟

1)

x \ Y	1	2	3	4	X
1	0.08	0.04	0.16	0.12	0,4
2	0.04	0.02	0.08	0.06	0,2
3	0.08	0.04	0.16	0.12	0,4
Y	0,2	0,1	0,4	0,3	1

(1) (1)

2)

$$\mathrm{COV}(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$$

$$E(X)=\sum P_i X_i=1.0{,}4+2.0{,}2+3.0{,}4=\boxed{2}$$

$$E(Y)=\sum P_j Y_j=1.0{,}2+2.0{,}1+3.0{,}4+4.0{,}3=\boxed{2{,}8}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}E(XY)=\sum P_{ij}X_iY_j&=1.1.0{,}08+2.1.0{,}04+3.1.0{,}16+4.1.0{,}12\\&+1.2.0{,}04+2.2.0{,}02+3.2.0{,}08+4.2.0{,}06\\&+1.3.0{,}08+2.3.0{,}04+3.3.0{,}16+4.3.0{,}12=\boxed{5{,}6}\quad (1)\end{aligned}$$

$$\mathrm{COV}(X,Y)=5{,}6-2.2{,}8=\boxed{0}\quad (1)$$

3) نستنتج أن المتغيرين X, Y مستقلين (1)