

الحل النموذجي لامتحان السداسي الأول في مقياس: تحليل السلاسل الزمنية

الجدول التالي يمثل المبيعات الفصلية x_t لمؤسسة ما، خلال الفترة الزمنية الممتدة من الفصل الأول لسنة 2019 إلى غاية الفصل

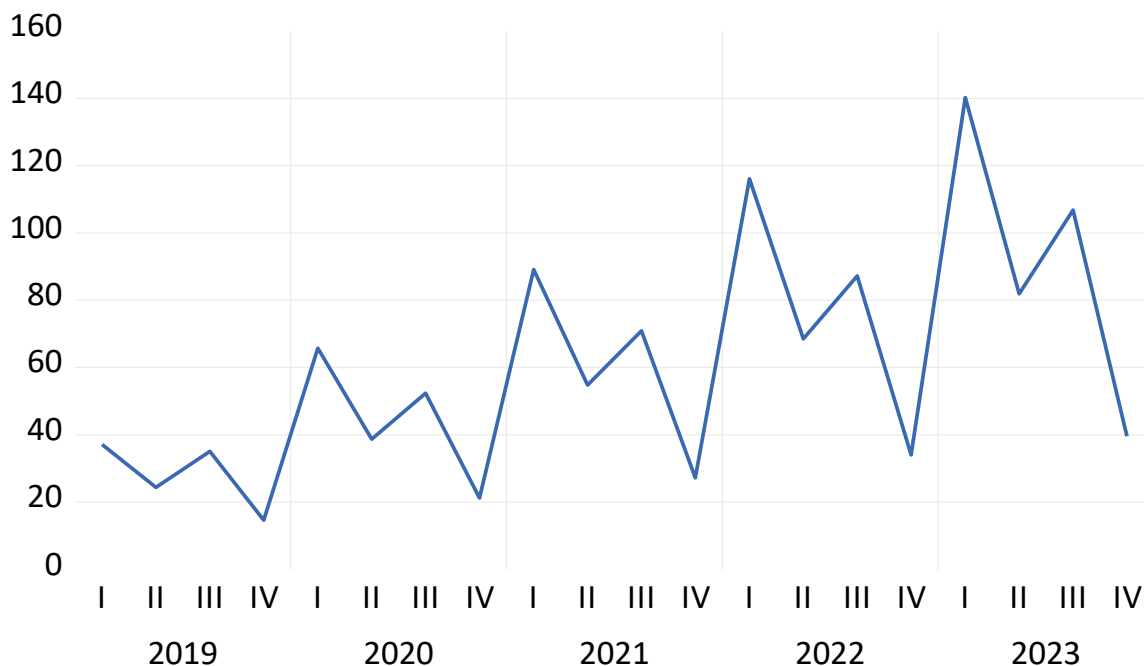
الأخير لسنة 2023:

السنوات	T1	T2	T3	T4
2019	37.12	24.39	35.07	14.59
2020	65.71	38.73	52.35	21.16
2021	89.14	54.81	70.91	27.22
2022	116.04	68.53	87.22	34.00
2023	140.21	81.91	106.78	39.61

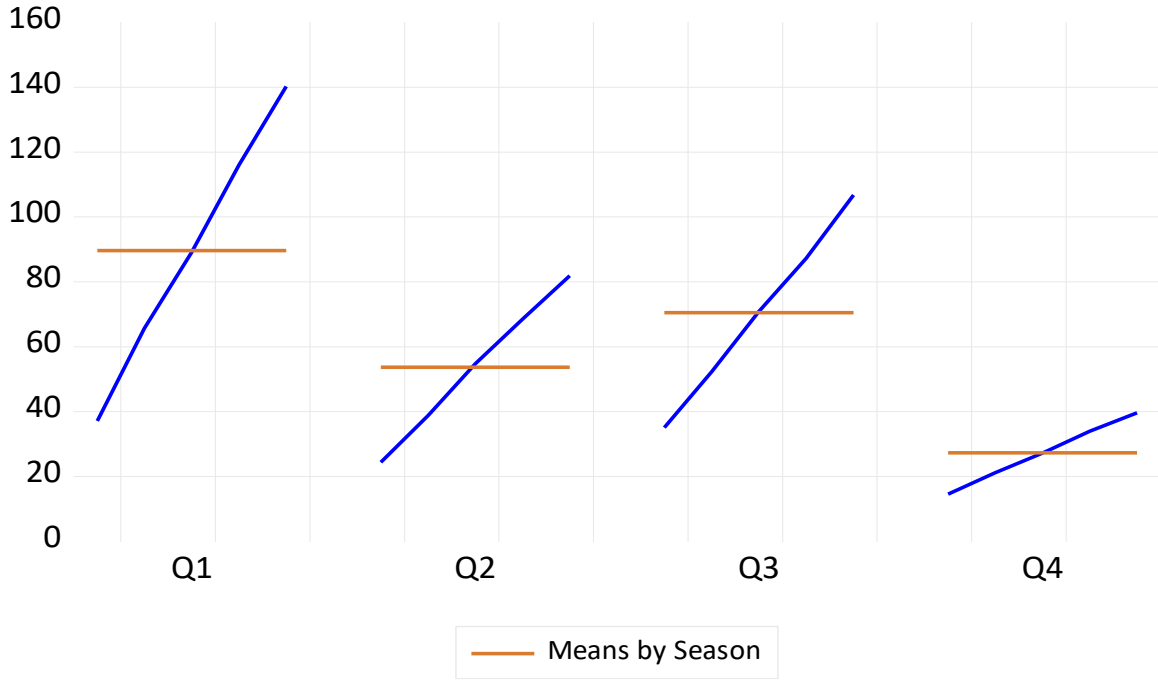
التمثيلات البيانية رقم (1) و (2) تعبر عن تغيرات المبيعات الفصلية المبينة في الجدول أعلاه من خلال المعطيات أعلاه، حدد أهم خصائص سلسلة المبيعات لهذه المؤسسة؟ (2.5 نقطة)

الإجابة: من خلال المعطيات والتي يمكن قراءتها من التمثيلات البيانية أعلاه، يتضح بأن سلسلة المبيعات لهذه المؤسسة تتميز بالخصائص التالية:

- سلسلة لها إتجاه عام حتمي يميل إلى الزيادة يمكن تمثيله بمعادلة خط مستقيم (إتجاه عام خطي).
- السلسلة بها مركبة موسمية حتمية يمكن ملاحظتها من خلال القيم العالية لقيم المبيعات في الفصل الأول من كل سنة مقارنة بالفصول الأخرى، وتدني قيم هذه المبيعات في الفصل الأخير من كل سنة مقارنة بالفصول الأخرى.
- مخطط التجزئة الموافق لهذه السلسلة هو المخطط التضاعفي لأن تذبذبات السلسلة لا يمكن حصرها بين خطين متوازيين.



X by Season



ii. لغرض التنبؤ بقيمة مبيعات هذه المؤسسة، قمنا باستخدام ستة طرق مختلفة حيث يمكن تفصيلها كما يلي:

أ. القيام بانحدارين مختلفين على الزمن والمتغيرات الوهمية، حيث كان المتغير التابع في الإنحدار الأول سلسلة المبيعات الأصلية x_t :

$$\hat{x}_t = 53.50 + 4.01t - 39.98dum_2 - 27.21dum_3 - 74.38dum_4$$

والمتغير التابع في الانحدار الثاني كان سلسلة لوغاريتم المبيعات $\ln x_t$:

$$\ln \hat{x}_t = 3.75 + 0.07t - 0.57dum_2 - 0.36dum_3 - 1.36dum_4$$

بحيث: dum_i : المتغير الوهمي للفصل i .

ب. إنحدار سلسلة المبيعات المصححة من التغيرات الموسمية x_t^{cvs} على الزمن، المعاملات الموسمية المستخدمة في عملية تصحيح السلسلة من التغيرات الموسمية هي: $S_1^* = 1.6, S_2^* = 0.9, S_3^* = 1.1, S_4^* = 0.4$. حيث يمكن كتابة نموذج هذا الإنحدار كما يلي: $\hat{x}_t^{cvs} = 19.91 + 4.01t$ ، يتم استخدام هذا الإنحدار للتنبؤ وبعدها يتم إعادة تجميع قيم السلسلة عن طريق اللجوء لنفس المعاملات الموسمية.

ت. استخدام التمهيد الأسّي البسيط على سلسلة المبيعات المصححة من التغيرات الموسمية x_t^{cvs} من خلال اللجوء لنفس المعاملات الموسمية المستخدمة في النقطة (ب). ثابت التمهيد $\lambda = 0.9$.

ث. استخدام التمهيد الأسّي المضاعف على سلسلة المبيعات الأصلية بحيث ثابت التمهيد $\lambda = 0.01$.

ج. استخدام التمهيد الأسّي لـ Holt على سلسلة المبيعات الأصلية بحيث ثابت التمهيد $\lambda = 0.02$.

ح. استخدام التمهيد الأسّي لـ Holt-Winter بنسخته التضاعفية على سلسلة المبيعات المصححة من التغيرات الموسمية، حيث أن

المعاملات الموسمية المستخدمة هي نفسها المستخدمة في النقطتين (ب) و (ت) بحيث: $\alpha = 0.2, \beta = 0.1, \gamma = 0.05$.

المطلوب:

(1) من بين الطرق الستة المستخدمة أعلاه، حدد مع التعليل الطرق التي يمكن أن نعتمد عليها للوصول لتنبؤات ذات جودة؟ (6 نقاط)
الإحابة: بما أن السلسلة لها اتجاه عام خطي و مركبة موسمية و يمكن تجزئتها وفق مخطط تضاعفي، الجدول التالي يحدد مع التعليل الطرق التي يمكن الإعتماد عليها للوصول لتنبؤات ذات جودة:

الطريقة	يمكن الإعتماد عليها؟	التعليل
أ	نعم	يمكن الإعتماد على الإنحدار على المتغيرات الوهمية عندما يكون الإتجاه العام و المركبة الموسمية حتمية و هي حالة البيانات محل الدراسة. لكن يشترك أن يكون مخطط التجزئة للسلسلة هو المخطط التجميعي، وإذا كان مخطط التجزئة تضاعفي يتم إدخال اللوغاريتم على السلسلة الأصلية لكي يصبح مخطط التجزئة تجميعي. ومنه يمكن الإعتماد على الإنحدار على المتغيرات الوهمية الثاني فقط أين تم إدراج اللوغاريتم على سلسلة المبيعات الأصلية.
ب	نعم	لأنه تم عزل المركبة الموسمية و القيام بالإنحدار على الزمن للسلسلة المصححة من التغيرات الموسمية و الذي تم إستغلاله فيما بعد للحصول على تنبؤات ، هذه التنبؤات تم تجميعها مع المعاملات الموسمية المستخدمة في عملية العزل للوصول للقيم المتنبأ بها لسلسلة المبيعات.
ت	لا	لأن السلسلة المصححة من التغيرات الموسمية باق فيها الإتجاه العام. والتمهيد الأسّي البسيط يستخدم عندما تكون السلسلة محل الدراسة خالية في نفس الوقت من الإتجاه العام و التغيرات الموسمية.
ث	لا	التمهيد الأسّي المضاعف يستخدم عندما تكون السلسلة بها إتجاه عام فقط ولا يمكن إستخدامه في حالة وجود مركبة موسمية. لكن في سلسلة المبيعات الأصلية يوجد بالإضافة إلى الإتجاه العام مركبة موسمية.
ج	لا	التمهيد الأسّي لـ Holt يستخدم عندما تكون السلسلة بها إتجاه عام فقط ولا يمكن إستخدامه في حالة وجود مركبة موسمية. لكن في سلسلة المبيعات الأصلية يوجد بالإضافة إلى الإتجاه العام مركبة موسمية
ح	لا	التمهيد الأسّي لـ Holt-Winter بنسخته التضاعفية يستخدم عندما تكون بالسلسلة محل الدراسة مركبة موسمية و مركبة إتجاه عام و مخطط التجزئة لهذه السلسلة هو المخطط التضاعفي. غير أن السلسلة المصححة من التغيرات الموسمية تم فيها عزل المركبة الموسمية

(2) بإستخدام الطرق المحددة في السؤال السابق، تنبأ بقيمة المبيعات لهذه المؤسسة للفصول الأربعة لسنة 2024؟ (7 نقاط)

الإجابة: في السؤال السابق تم توضيح أنه يمكن إستخدام المعادلة الثانية للطريقة "أ" و الطريقة "ب". فيما يلي سنتنبأ بمبيعات هذه المؤسسة للفصول الأربعة لسنة 2024 :

❖ **إستخدام المعادلة الثانية للطريقة "أ":**

- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الأول لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في المعادلة الثانية ب: $t = 21$ و $e^{\ln x_t} = e^{5.22} = 184.93$ ومنه المبيعات $dum_2 = dum_3 = dum_4 = 0$ نجد: $\ln x_t = 5.22$
- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الثاني لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في المعادلة الثانية ب: $t = 22$ ، $e^{\ln x_t} = e^{4.72} = 112.17$ ومنه المبيعات $dum_2 = 1, dum_3 = dum_4 = 0$ نجد: $\ln x_t = 4.72$

- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الثالث لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في المعادلة الثانية ب: $t = 23$ ،
 $e^{\ln x_t} = e^5 = 148.41$ ومنه المبيعات نجد: $dum_3 = 1, dum_2 = dum_4 = 0$
- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الرابع لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في المعادلة الثانية ب: $t = 24$ ،
 $e^{\ln x_t} = e^{4.72} = 58.56$ ومنه المبيعات نجد: $dum_4 = 1, dum_3 = dum_2 = 0$

❖ استخدام الطريقة "ب":

- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الأول لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في معادلة الإنحدار ب: $t = 21$ ، فنجد:
 $\hat{x}_t = 104.12 \times 1.6 = 166.59$ وبعدنا نضرب الناتج في المعامل الموسمي للفصل الأول نجد: $\hat{x}_t^{CVS} = 104.12$
- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الثاني لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في معادلة الإنحدار ب: $t = 22$ ، فنجد:
 $\hat{x}_t = 108.13 \times 0.9 = 97.32$ وبعدنا نضرب الناتج في المعامل الموسمي للفصل الثاني نجد: $\hat{x}_t^{CVS} = 108.13$
- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الثالث لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في معادلة الإنحدار ب: $t = 23$ ، فنجد:
 $\hat{x}_t = 112.14 \times 1.1 = 123.35$ وبعدنا نضرب الناتج في المعامل الموسمي للفصل الثالث نجد: $\hat{x}_t^{CVS} = 112.14$
- التنبؤ بقيمة المبيعات للفصل الرابع لسنة 2024 يمكن الوصول إليه بتعويض الزمن في معادلة الإنحدار ب: $t = 24$ ، فنجد:
 $\hat{x}_t = 116.15 \times 0.4 = 46.46$ وبعدنا نضرب الناتج في المعامل الموسمي للفصل الرابع نجد: $\hat{x}_t^{CVS} = 116.15$

(3) من بين الطرق المستخدمة في السؤال السابق، حدد الطريقة التي تعطي أفضل تنبؤات حسب معيار مجموع مربعات أخطاء التنبؤ؟ (5نقاط)

الإجابة: لمعرفة الطريقة التي أفضل تنبؤات، يمكن الإعتماد على معيار مجموع مربعات أخطاء التنبؤ بحيث الطريقة التي تدني هذا المعيار يمكن إعتبارها الأفضل. معيار مجموع مربعات أخطاء التنبؤ هو عبارة عن مربع الفرق بين القيمة الحقيقية المشاهدة للسلسلة محل الدراسة x_t و القيمة المتنبأ بها لهذه السلسلة \hat{x}_t للفترة من الفصل الأول لسنة 2019 إلى غاية الفصل الأخير لسنة 2023. الجدول التالي يبين ما تم شرحه:

بعد حساب و مقارنة قيمة مجموع مربعات أخطاء التنبؤ لكل من الطريقة "أ" و الطريقة "ب" ، يتضح أن الطريقة "ب" تعطي تنبؤات أفضل من الطريقة "أ" لأن مجموع مربعات أخطاء التنبؤ لهذه الطريقة أقل بكثير من مجموع مربعات أخطاء التنبؤ للطريقة "أ":

مجموع مربعات أخطاء التنبؤ للطريقة "ب"	مجموع مربعات أخطاء التنبؤ للطريقة "أ"
11.47	509.30

السنة	الفترة	الزمن	x_t	الطريقة "أ"			الطريقة "ب"			
				$\ln \hat{x}_t$	$\hat{x}_t = e^{\ln \hat{x}_t}$	$\varepsilon_t^2 = (x_t - \hat{x}_t)^2$	\hat{x}_t^{cvs}	S_j^*	$\hat{x}_t = \hat{x}_t^{cvs} \times S_j^*$	$\varepsilon_t^2 = (x_t - \hat{x}_t)^2$
2019	T1	1	37,12	3,82	45,60	72,02	23,92	1,6	38,27	1,33
	T2	2	24,39	3,32	27,66	10,73	27,93	0,9	25,14	0,56
	T3	3	35,07	3,6	36,60	2,33	31,94	1,1	35,13	0,00
	T4	4	14,59	2,67	14,44	0,02	35,95	0,4	14,38	0,04
2020	T1	5	65,71	4,1	60,34	28,81	39,96	1,6	63,94	3,14
	T2	6	38,73	3,6	36,60	4,52	43,97	0,9	39,57	0,72
	T3	7	52,35	3,88	48,42	15,45	47,98	1,1	52,78	0,18
	T4	8	21,16	2,95	19,11	4,24	51,99	0,4	20,80	0,14
2021	T1	9	89,14	4,38	79,84	86,49	56,00	1,6	89,60	0,21
	T2	10	54,81	3,88	48,42	40,80	60,01	0,9	54,01	0,64
	T3	11	70,91	4,16	64,07	46,76	64,02	1,1	70,42	0,24
	T4	12	27,22	3,23	25,28	3,75	68,03	0,4	27,21	0,00
2022	T1	13	116,04	4,66	105,64	108,20	72,04	1,6	115,26	0,60
	T2	14	68,53	4,16	64,07	19,91	76,05	0,9	68,45	0,01
	T3	15	87,22	4,44	84,77	5,97	80,06	1,1	88,07	0,72
	T4	16	34,00	3,51	33,45	0,31	84,07	0,4	33,63	0,14
2023	T1	17	140,21	4,94	139,77	0,20	88,08	1,6	140,93	0,51
	T2	18	81,91	4,44	84,77	8,20	92,09	0,9	82,88	0,94
	T3	19	106,78	4,72	112,17	29,00	96,10	1,1	105,71	1,15
	T4	20	39,61	3,79	44,26	21,59	100,11	0,4	40,04	0,19
Σ					509,30				11,47	

أستاذ المقياس يتمنى لكم التوفيق