الإجابة النموذجية:

التمرين الأول:

1. العلاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في صيغتها الرياضية تعبر عن علاقة دقيقة ونموذجية وتامة، بينما الواقع يضم انحرافات، وتعود ضرورة وجود المتغير العشوائي الى عدة أسباب أهمها: حذف او اهمال بعض المتغيرات في النموذج، السلوك العشوائي للبشر، عدم دقة صياغة الشكل الرياضي للنموذج، أخطاء التجميع، وأخطاء القياس. (μ_i) تمثل المغير العشوائي للمجتمع بينما (e_i) تمثل المتغير العشوائي للعينة.

2. في النموذج البسيط إحصائية فيشر (F) هي مربع إحصائية ستيودنت (t) لمعلمة المتغير المستقل $(\mathrm{F} = \mathrm{t}^2_{\hat{\beta}})$.

3. مشكلة التعدد الخطي هي وجود علاقة خطية بين المتغيرات المستقلة، بينما الارتباط الذاتي هو وجود ارتباط بين البواقي للمشاهدات المختلفة.

التمرين الثاني:

تقدير معلمات النموذج:

$$\hat{\beta} = (\acute{x}x)^{-1}\acute{x}y = \frac{1}{1259}\begin{bmatrix}158 & 59\\ 59 & 30\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-235\\ 565\end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix}0.125496 & 0.046863\\ 0.046863 & 0.023828\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-235\\ 565\end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = (\acute{x}x)^{-1}\acute{x}y = \begin{bmatrix}-3.01\\ 2.45\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\hat{\beta}_1\\ \hat{\beta}_2\end{bmatrix}$$

ومنه نستنتج قيمة $\hat{\beta}_0$ انطلاقا من العالقة التالية : $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1\bar{X}_1 - \hat{\beta}_2\bar{X}_2$

ومنه يصبح النموذج المقدر : $\hat{\beta}_0 = 37.5 + 3.01(5) - 2.45(9) = 30.5$

$$\mathrm{Y_t} = 30.5 - 3\mathrm{X_{1t}} + 2.45\mathrm{X_{2t}} + \mathrm{e_t}$$

2 حساب ESS واستنتاج قيمة RSS :

$$ESS = \hat{Y}'\hat{\mathrm{Y}} = \hat{\beta}'(X'X)(X'X)^{-1}X'Y = \hat{\beta}'\mathrm{X'Y} = [-3.01 \quad 2.45]\begin{bmatrix}-235\\ 565\end{bmatrix} = 2091.6$$

ومنه : RSS= TSS-ESS= 2112-2091.6= 20.4

3 مصفوفة التباين والتباين المشترك :

$$\widehat{\Omega}_{\hat{\beta}} = \hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}(\acute{x}x)^{-1} \quad ; \quad \hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2} = \frac{RSS}{n-k-1}(\acute{x}x)^{-1}$$

$$= \frac{20.4}{10-2-1}\begin{bmatrix} 0.125496 & 0.046863 \\ 0.046863 & 0.023828 \end{bmatrix}$$

$$= 2.914\begin{bmatrix} 0.125496 & 0.046863 \\ 0.046863 & 0.023828 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3657 & 0.1365 \\ 0.1365 & 0.0694 \end{bmatrix}$$

$$V(\hat{\beta}_1) = 0.3657 \rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} = 0.604;\ V(\hat{\beta}_2) = 0.0694; \rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2} = 0.263$$

4 اختبار معنوية المعلمتين : اختبار من طرفين

$$\begin{cases} H_0:\ b_2 = 0 \\ H_1:\ b_2 \neq 0 \end{cases} \text{ مع } \qquad \begin{cases} H_0:\ b_1 = 0 \\ H_1:\ b_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$T_c = \frac{\widehat{\beta}_1}{\widehat{\sigma}_{\widehat{\beta}_1}} = \frac{-3.01}{0.604} = -4.983\ ;\ T_c = \frac{\widehat{\beta}_2}{\widehat{\sigma}_{\widehat{\beta}_2}} = \frac{2.45}{0.263} = 9.315;\ T_t = \mathrm{T}_7^{0.05} = 2.365$$

$|T_c| > T_t$ ومنه نرفض الفرضية الصفرية اي معنوية المعلمتين

5 قيمة معامل التحديد : $R^2 = \frac{\mathrm{ESS}}{\mathrm{TSS}} = \frac{2091.6}{2112} = 0.99$

وللتفسير نحسب قيمة معامل التحديد المصحح : $\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{(\mathrm{n}-1)}{(\mathrm{n}-\mathrm{k}-1)} = 0.987$

اي 98,7% من التغير في Y تفسره معادلة الانحدار والباقي 1,3% لعوامل اخرى .

6 المعنوية الكلية للنموذج :

$$\begin{cases} H_0:\ b_1 = b_2 = 0 \\ H_1: \exists\ b_i \neq 0 \quad i = 1,2 \end{cases}$$

$F_c = \frac{ESS/k}{RSS/(n-k-1)} = \frac{2091.6/2}{20.4/(10-2-1)} = 358.85$ وهي اكبر بكثير من $F_t = F_{2,7} = 4.74$ نرفض الفرضية الصفرية اي معنوية النموذج .

التمرين الثالث:

النموذج المتحصل عيه من الجدول : $VENTES = 0.641EXPO + 8.982REDUC - 1.377WE$

التقييم : الاحصائي :

Zc لكل المتغيرات المفسرة (4.32، 3.28، 2.57 -) كلها خارج المجال 1.96± كل المتغيرات معنوية .

احصاءة لوغ -المعقولية : LR=37.33 هي اكبر من $\chi_3^2(0.95)$ والتي تساوي 7.815 نرفض الفرضية الصفرية معنوية النموذج ، قوة تفسير النموذج :$peseudo - R^2 = 1 - \frac{\log(lu)}{\log(lr)} = 1 - \frac{(-60.81)}{(-79.48)} = 0.234$

التقييم الاقتصادي :

وقت عرض المنتج ونسبة التخفيض لهما أثر إيجابي على المبيعات ، العارضون الذكور لهم اثر سلبي على المبيعات ،الاناث لا اثر لهم . إشارة المعالم تعني المعنى الاقتصادي واتجاه التأثير على المبيعات ، قيم : C1=3.976 و C2=6.17 .

التنبؤ : المنتج 1 : عرض في 6.30د ليس له تخفيض وعارضه ذكر :

$$\hat{Y}^* = 0.641 * 6.5 + 8.982 * 0 - 1.377 * 1 = 2.7895$$

نحسب الاحتمالات :

$$P_1 = P_r(Y_i = 0) = \Phi\left(C_1 - Px_i\hat{b}\right) = \Phi(3.679 - 2.7895)$$

$$P_1 = \Phi(0.889) = \frac{e^{0.889}}{1 + e^{0.889}} = 0.708$$

$$P_2 = P_r(Y_i = 1) = \Phi\left(C_2 - Px_i\hat{b}\right) = \Phi(6.17 - 2.7895) - 0.708$$

$$P_2 = \Phi(3.38) - 0.708 = \frac{e^{3.38}}{1+e^{3.38}} - 0.708 = 0.967 - 0.708 = 0.259$$

$$P_3 = P_r(Y_i = 2) = 1 - \Phi\left(C_2 - Px_i\hat{b}\right) = 1 - \Phi(6.17 - 2.7895) = 1 - 0.967 = 0.033$$

	VENTES=0	VENTES=1	VENTES=2
Pi	0.708	0.259	0.033

المنتج 2 : عرض في 4 د له تخفيض 10% وعارضته أنثى:

$$\hat{Y}^* = 0.641 * 4 + 8.982 * 0.1 - 1.377 * 0 = 3.4622$$

نحسب الاحتمالات : $P_1 = P_r(Y_i = 0) = \Phi\left(C_1 - Px_i\hat{b}\right) = \Phi(3.679 - 3.4622)$

$$P_1 = \Phi(0.22) = \frac{e^{0.22}}{1 + e^{0.22}} = 0.55$$

$$P_2 = P_r(Y_i = 1) = \Phi\left(C_2 - Px_i\hat{b}\right) = \Phi(6.17 - 3.4622) - 0.55$$

$$P_2 = \Phi(2.7078) - 0.55 = \frac{e^{2.7078}}{1 + e^{2.7078}} - 0.55 = 0.937 - 0.55 = 0.387$$

$$P_3 = P_r(Y_i = 2) = 1 - \Phi\left(C_2 - Px_i\hat{b}\right) = 1 - \Phi(6.17 - 3.4622) = 1 - 0.937 = 0.063$$

	VENTES=0	VENTES=1	VENTES=2
Pi	0.55	0.387	0.063